

Misura del Raggio Terrestre (Eratostene)

Il matematico, geografo ed astronomo Eratostene (III secolo a.C.), era direttore della grande biblioteca di Alessandria d'Egitto quando formulò il metodo per calcolare le dimensioni della Terra nel 240 a.C. - 230 a.C.

Dai suoi studi, era venuto a conoscenza del fatto che a Syene (l'attuale Assuan), a mezzogiorno del solstizio d'estate, il Sole si trovava proprio sullo zenit, tanto che il fondo di un pozzo profondo ne veniva illuminato, perciò un bastone piantato verticalmente in un terreno perfettamente pianeggiante non avrebbe proiettato alcuna ombra in terra.

Invece ad Alessandria questo non succedeva mai, gli obelischi proiettavano comunque la loro ombra sul terreno.

Ciò era già una dimostrazione pratica della rotondità della Terra (come ampiamente dimostrato da Aristotele). L'idea che la Terra dovesse avere una forma sferica era comunque già accettata. Questa convinzione scaturiva dall'osservazione delle eclissi di Luna durante le quali la forma dell'ombra terrestre appariva sempre come un arco di circonferenza.

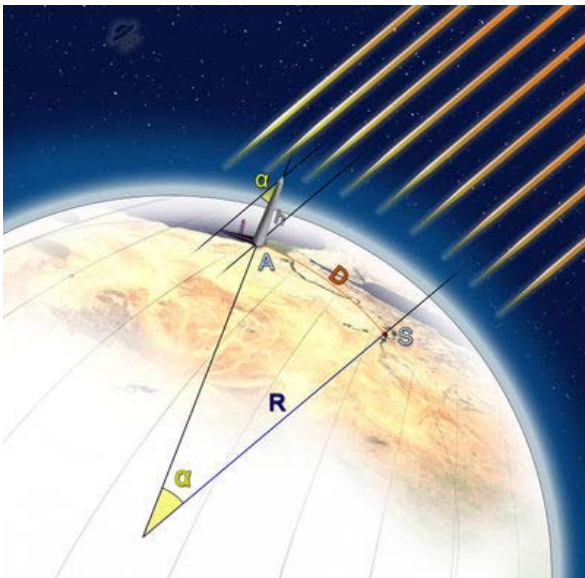
Eratostene perciò, per procedere con i suoi calcoli, ipotizzò la Terra perfettamente sferica ed il Sole sufficientemente distante da considerare paralleli i raggi che la investono. Inoltre assunse che Alessandria e Syene si trovassero sullo stesso meridiano.

Durante il solstizio d'estate calcolò l'angolo di elevazione del Sole ad Alessandria, misurando l'ombra proiettata proprio da un bastone piantato in terra, ricavando approssimativamente un valore di 1/50 di circonferenza (cioè 7° 12').

La distanza tra le due città, basata sui trasferimenti delle carovane, era stimata in 5.000 *stadia* (circa 800 km, tuttavia il valore preciso dello *stadium*, usato a quell'epoca ad Alessandria, non è attualmente conosciuto).

Perciò la circonferenza della Terra doveva essere di $50 * 5.000 = 250.000$ *stadia* (circa 40.000 km, valore straordinariamente vicino a quello ottenuto con metodi moderni: 40.075 km).

Una volta stabilito un valore per essa, il raggio terrestre si ricavava dalla nota relazione che lega la circonferenza ed il suo raggio.



La figura mostra il procedimento seguito da Eratostene per calcolare la dimensione del raggio della Terra.

In termini matematici, facendo riferimento alla figura, abbiamo:

$$\tan \alpha = \frac{l}{h} \rightarrow \alpha = \arctan \frac{l}{h}$$

dove

- h : lunghezza del palo
- l : lunghezza dell'ombra proiettata dal palo sul terreno
- α : angolo di elevazione del Sole

Poiché $\frac{D}{2\pi R} = \frac{\alpha}{360^\circ}$ dove

- D : distanza tra Alessandria (punto A) e Syene (punto S), aventi per ipotesi lo stesso meridiano
 - R : raggio della Terra, per ipotesi una sfera perfetta
- si ottiene

$$R = \frac{D}{2\pi} \frac{360^\circ}{\arctan \frac{l}{h}}$$

I valori ricavati da Eratostene furono: circa 12629 km per il diametro terrestre ovvero un raggio pari a 6314,5 km (incredibilmente prossimo alla stima media condotta con mezzi attuali)

Il metodo elaborato da Eratostene si basa su alcune assunzioni (alcune già enunciate), senza le quali sarebbe necessario introdurre delle correzioni alla procedura di calcolo affinché sia ancora valido:

- la Terra è perfettamente sferica
- il Sole è tanto distante da considerare paralleli i raggi su Alessandria e su Syene
- le due città si trovano sullo stesso meridiano (in realtà esse differiscono in longitudine di 3°)
- Syene è situata esattamente sul Tropico del Cancro (mentre effettivamente è a 55 km a Nord di esso)
- la differenza angolare misurata ad Alessandria è di 7° 12' (essa è in realtà di 7° 5')

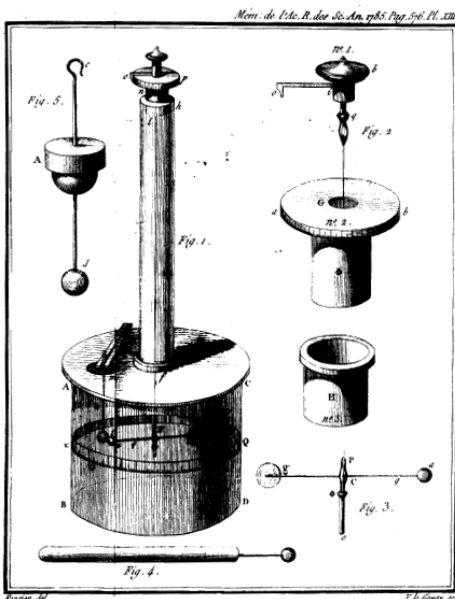
Misura di G

La costante di gravitazione universale è la costante di proporzionalità che appare nella legge di gravitazione universale, formulata verso la fine del 1600 da Newton. La Costante di Gravitazione Universale è una costante della natura, indipendente da qualunque proprietà fisica dei corpi che interagiscono. Il suo valore, determinato teoricamente e validato per via sperimentale è, nel sistema internazionale:

$$G = (6,67428 \pm 0,00067) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

Il valore di questa costante fu misurato per la prima volta dal fisico inglese Henry Cavendish nel 1798 per mezzo di una bilancia di torsione.

Il valore trovato da H. Cavendish era, circa, $G = (6,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$



Una bilancia di torsione, del tipo utilizzato da Coulomb .